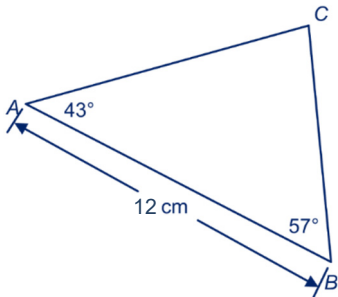


H24 GONIOMETRIE VWO

24.0 INTRO

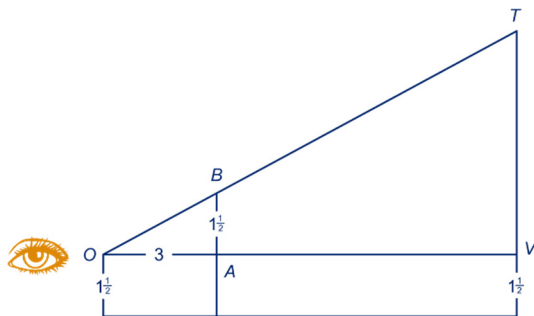
- 1 a $6 \text{ km} : 50.000 = 12 \text{ cm}$
b



24.1 HOOGTE EN AFSTAND BEPALEN

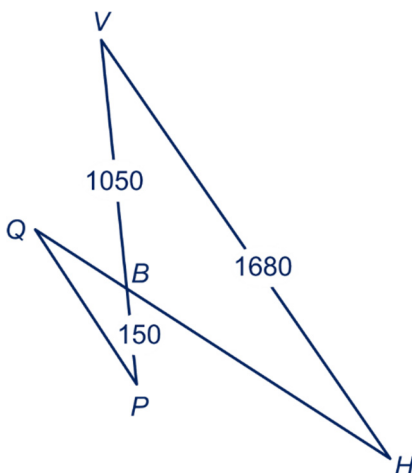
- 2 a factor = $\frac{3}{0,6} = 5$
b Diepte put is $5 \cdot 1 = 5$ meter.

- 3 a



- b Zie plaatje: $OV = 47$, $AB = 1 \frac{1}{2}$, dus $AB = \frac{1}{2} \cdot OB$,
dan ook $TV = \frac{1}{2} \cdot OV = 23 \frac{1}{2}$.
Hoogte toren is $23 \frac{1}{2} + 1 \frac{1}{2} = 25$ meter.

- 4 a

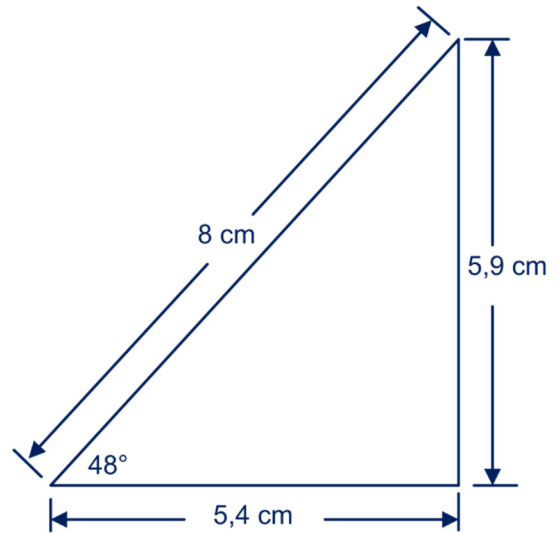


- b Driehoek PQB is gelijkvormig met driehoek VHB , de vergrotingsfactor is $\frac{1050}{150} = 7$.

Dus $PQ = \frac{1680}{7} = 240$, dus zeilt ze 240 meter in 3 minuten. Dat is $240 \cdot 20 = 4800$ meter in een uur. Dat is 4,8 km/u.

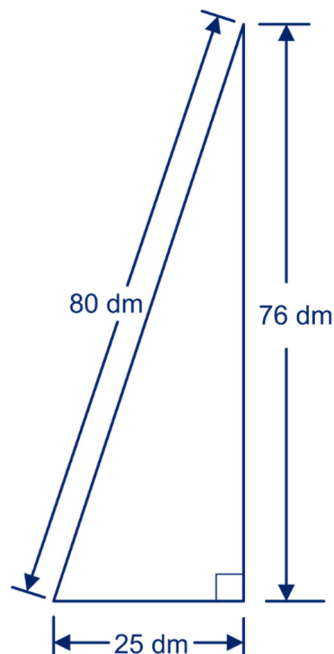


- 5 a



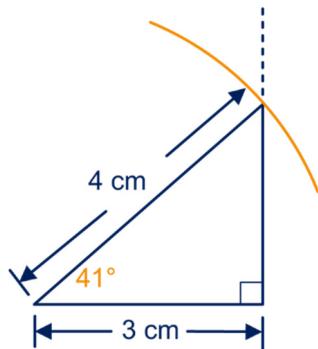
- b reikhoogte = 59 dm ; reikwijdte = 54 dm
c reikhoogte = $2 \cdot 59 = 118$ dm
reikwijdte = $2 \cdot 54 = 108$ dm
d reikhoogte: $\frac{3}{4} \cdot 59 \approx 44$ dm,
reikwijdte: $\frac{3}{4} \cdot 54 \approx 41$ dm
e uitschuiven: $\frac{90}{59} \cdot 80 \approx 122$ dm
reikwijdte: $\frac{90}{59} \cdot 54 \approx 82$ dm

- 6



- 7 a nee ; nee
b wordt groter ; wordt kleiner

- 8 a ver: $\frac{5}{4} \cdot 3,60 = 4,50$ meter
 hoog: $\frac{5}{4} \cdot 1,75 \approx 2,19$ meter
 b $\frac{6}{3,60} \cdot 4 = 6\frac{2}{3}$ meter
 c Nee, de reikwijdte neemt steeds sneller af.
 d



9 a

	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
reikhoogte	1,7	3,4	5,0	6,4	7,7	8,7	9,4	9,8
reikwijdte	9,8	9,4	8,7	7,7	6,4	5,0	3,4	1,7

b Ze zijn samen 90°.

c

10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
3,4	6,8	10,0	12,8	15,4	17,4	18,8	19,6
19,6	18,8	17,4	15,4	12,8	10,0	6,8	3,4

10

α	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
$\sin \alpha$	0,17	0,34	0,50	0,64	0,77	0,87	0,94	0,98

12

α	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
$\cos \alpha$	0,98	0,94	0,87	0,77	0,64	0,50	0,34	0,17

- 13 Noem het hoogteverschil h , dan
 $\sin 32^\circ = \frac{h}{200}$, dus $h = 200 \cdot \sin 32^\circ \approx 106,0$ m.
 Dus 1060 dm.

24.2 SINUS EN COSINUS

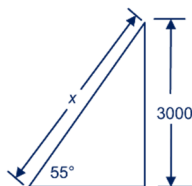
- 14 Noem de hoogte van het trapje h , dan
 $\sin(37^\circ) = \frac{h}{4}$, dus $h = 4 \cdot \sin(37^\circ) \approx 2,4$ m.
 Noem die afstand a , dan:
 $\cos(37^\circ) = \frac{a}{4}$, dus $a = 4 \cdot \cos(37^\circ) \approx 3,2$ m.

- 15 Noem die afstand x , dan (zie plaatje):

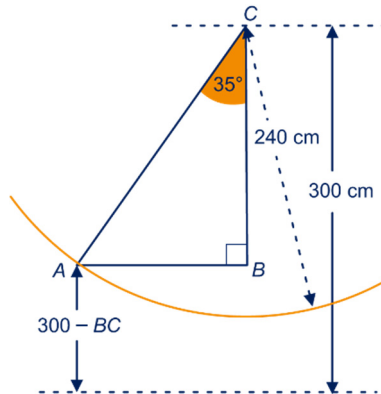
$$\sin(55^\circ) = \frac{3000}{x}, \text{ dus}$$

$$x = \frac{3000}{\sin(55^\circ)} \approx 3662,3 \text{ m.}$$

Dat is 37 hm.

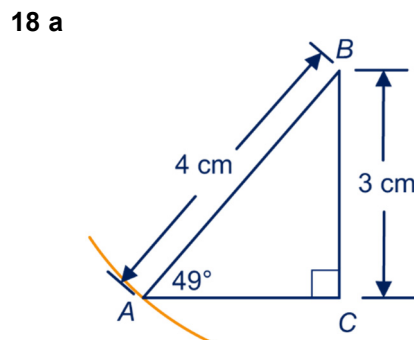


- 16 Zie plaatje hieronder.
 In driehoek ABC: $\cos(35^\circ) = \frac{BC}{240}$,
 dus $BC = 240 \cdot \cos(35^\circ) \approx 197$ cm.
 De gevraagde afstand is $300 - 197 = 103$ cm.

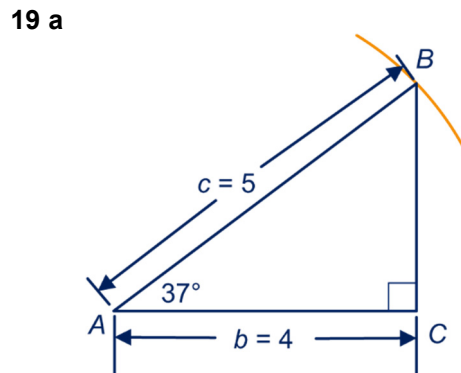


- 17 De lengte van het luik noemen we x .
 Dan: $\frac{a}{x} = \sin(30^\circ) = 0,5$ en $\frac{a+40}{x} = \sin(64^\circ) = 0,9$.
 Dus $x = \frac{a+40}{0,9}$ en $x = \frac{a}{0,5}$, dus
 $\frac{a+40}{0,9} = \frac{a}{0,5}$. Hieruit volgt het gevraagde.
 b $0,5a + 20 = 0,9a \Leftrightarrow 0,4a = 20 \Leftrightarrow a = 50$
 c $\sin(30^\circ) = \frac{50}{x}$, dus $x = 50 : \sin(30^\circ) = 100$ cm.

24.3 INV SINUS EN INV COSINUS



- b 49°
 c $\sin(\alpha) = \frac{3}{4} = 0,75$



b 37°

c $\cos(\alpha) = \frac{4}{5}$
 $\text{inv cos}(\frac{4}{5}) \approx 36,8699^\circ$

20 a $\sin(\alpha) = \frac{10}{17}, \alpha \approx 36^\circ$

b $\cos(\alpha) = \frac{12}{19}, \alpha \approx 51^\circ$

21 De sinus van een hoek is altijd kleiner dan 1, want de schuine zijde is langer dan een rechthoekszijde.

22 a $0,068 \cdot 18.000 = 1224$ meter

b $\sin(\alpha) = 0,07, \alpha \approx 4^\circ$

c $\sin(\alpha) = 0,11, \alpha \approx 6^\circ$

d $\frac{400}{x} = 0,07$, dus:

$x = \frac{400}{0,07} \approx 5714$ m,

dus 5,7 km.



23 a schaal 1 : 2



b $5^2 + 12^2 = 13^2$

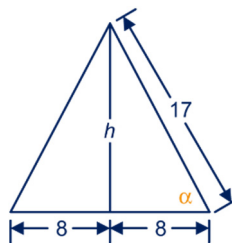
c $\sin(\alpha) = \frac{5}{13}, \alpha \approx 22,6^\circ$

De hoeken zijn: $90,0, 22,6$ en $67,4$ graden.

24 a $h^2 + 8^2 = 17^2$, dus $h = 15$, oppervlakte is $15 \cdot 8 = 120$.

b $\cos(\alpha) = \frac{8}{17}, \alpha \approx 61,9^\circ$

Twee hoeken van $61,9^\circ$ en één hoek van $56,1^\circ$.



24.4 TANGENS

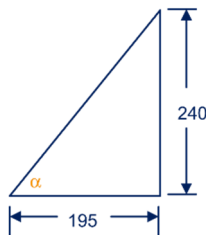
25 a $\tan(50^\circ) = \frac{7,7}{6,4} \approx 1,203\dots$

b $\tan(50^\circ) = 1,19175\dots$

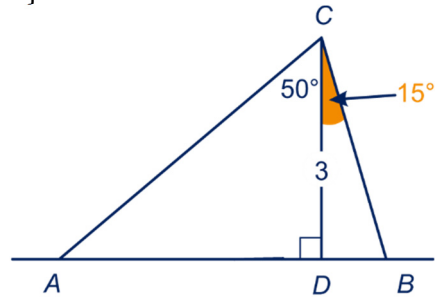
26 $\tan(\alpha) = \frac{2,40}{1,95}$,

dus $\alpha \approx 51^\circ$.

De zonshoogte is 51° .



27 a Teken een lijnstuk CD van 3 cm. Teken bij D een loodlijn op CD en bij C aan de ene kant een hoek van 50° en aan de andere kant een hoek van 15° . De snijpunten met de loodlijn zijn A en B .



b $\tan(50^\circ) = \frac{AD}{3}$, dus $AD = 3 \cdot \tan(50^\circ) \approx 3,575$.

$\tan(15^\circ) = \frac{BD}{3}$, dus $BD = 3 \cdot \tan(15^\circ) \approx 0,8038$.

Dus $AB = AD + BD \approx 4,4$.

$\cos(15^\circ) = \frac{3}{BC}$, dus $BC = \frac{3}{\cos(15^\circ)} \approx 3,1$.

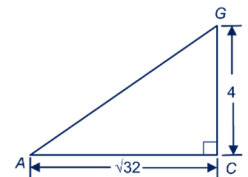
c Oppervlakte is $0,5 \cdot 3 \cdot 4,4 = 6,6$.

24.5 GEMENGDE OPGAVEN

28 a $AC = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32}$

$\tan(\angle GAC) = \frac{4}{\sqrt{32}}$

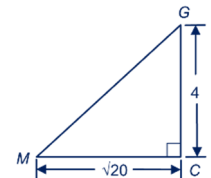
$\angle GAC \approx 35^\circ$



b $MC = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20}$

$\tan(\angle GMC) = \frac{4}{\sqrt{20}}$

$\angle GMC \approx 42^\circ$

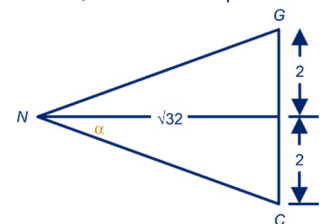


c Zie plaatje:

$\tan(\alpha) = \frac{2}{\sqrt{32}}$,

$\alpha \approx 19,47$

$\angle CNG \approx 2 \cdot 19,47 \approx 39^\circ$.



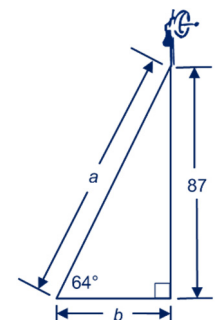
29 De lengte van de kabel noemen we a en de afstand tot de voet b . Dan:

$\sin(64^\circ) = \frac{87}{a}$,

dus $a = \frac{87}{\sin(64^\circ)} \approx 96,8$ m

$\tan(64^\circ) = \frac{87}{b}$, dus

$b = \frac{87}{\tan(64^\circ)} \approx 42,4$ m



- 30 M is het midden van het grondvlak, a een hoekpunt onder en T de top van de piramide. Dan is Am de helft van een diagonaal in het grondvlak. Je moet hoek α berekenen, zie plaatje.

$$\tan(\alpha) = \frac{10}{\frac{1}{2}\sqrt{50}}, \alpha \approx 71^\circ.$$



31 a $AB = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$,
 $BC = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$,
 $AC = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20}$

b $\sqrt{5}^2 + \sqrt{20}^2 = 5^2$, want $5 + 20 = 25$.

c $\cos(\beta) = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $\tan(\beta) = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}} = 2$,

d $\sin(\gamma) = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos(\gamma) = \frac{\sqrt{20}}{5}$, $\tan(\gamma) = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{20}} = \frac{1}{2}$

e $\beta \approx 63^\circ$ en $\gamma \approx 27^\circ$

f $\sin(\gamma) = \cos(\beta)$, $\cos(\gamma) = \sin(\beta)$ en

$$\tan(\gamma) = \frac{1}{\tan(\beta)}$$

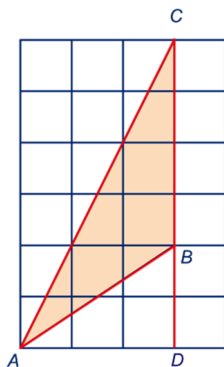
Overstaande rechthoekszijde van γ
 = aanliggende rechthoekszijde van β
 Overstaande rechthoekszijde van β
 = aanliggende rechthoekszijde van γ
 Schuine zijde is voor beide hetzelfde.

32 a $AB = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$,
 $BC = 4$,
 $AC = \sqrt{3^2 + 6^2} = \sqrt{45}$

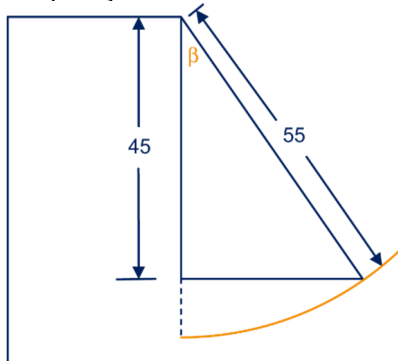
b Zie plaatje.
 $\tan(\angle BAD) = \frac{2}{3}$,
 dus $\angle BAD \approx 33,7^\circ$.

$\tan(\angle CAD) = \frac{6}{3} = 2$,
 dus $\angle CAD \approx 63,4^\circ$,

dus $\angle CAB = 63,4^\circ - 33,7^\circ = 29,7^\circ$.



- 33 Zie plaatje.

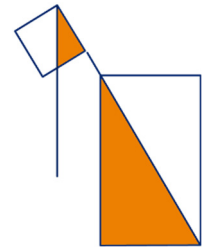


$$\cos(\beta) = \frac{45}{55}, \text{ dus } \beta \approx 35,1^\circ, \text{ dus}$$

$$\alpha \approx 90^\circ + 35,1^\circ = 125,1^\circ.$$

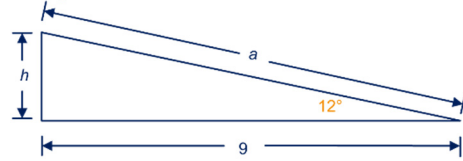
SUPER OPGAVEN

- 4 De oker driehoeken zijn gelijkvormig, want ze hebben beide een rechte hoek en de hoeken waar de punt in staat zijn gelijk (F-hoeken).



De vergrotingsfactor is
 Dus de diepte is
 $33 \frac{1}{3} \cdot 30 = 1000$ cm, dus 10 meter.

- 13 Zie plaatje. De lengte van de buis is a en het hoogteverschil h .



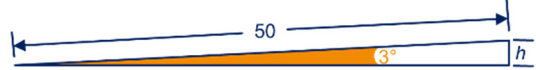
$$\cos(12^\circ) = \frac{9}{a}, \text{ dus } a = \frac{9}{\cos(12^\circ)} \approx 9,2 \text{ dm.}$$

$$\sin(12^\circ) = \frac{h}{a}, \text{ dus } h = a \cdot \sin(12^\circ) \approx 1,9 \text{ dm.}$$

Of met de stelling van Pythagoras:

$$h = \sqrt{\left(\frac{9}{\cos(12^\circ)}\right)^2 - 9^2} \approx 1,9 \text{ dm.}$$

- 14 Het hoogteverschil noemen we h , zie plaatje.



Dan $\sin(3^\circ) = \frac{h}{50}$, dus $h = 50 \cdot \sin(3^\circ) \approx 2,6$ m.

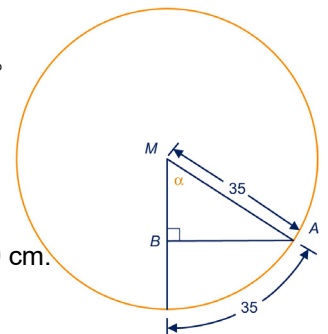
- 15 Zie plaatje.

$$\alpha = \frac{35}{2\pi \cdot 35} \cdot 360^\circ \approx 57,3^\circ$$

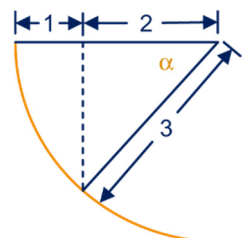
$$\cos(\alpha) = \frac{BM}{AM} = \frac{BM}{70}$$

Dus
 $BM = 35 \cdot \cos(57,3^\circ) \approx 19$ cm.

De gevraagde hoogte is
 $35 - 19 = 16$ cm.



- 20 $\cos(\alpha) = \frac{2}{3}$, dus
 $\alpha \approx 48^\circ$.



23 $\frac{CH}{10} = \sin(70^\circ)$, dus $CH = 10 \cdot \sin(70^\circ)$.

$\sin(\beta) = \frac{CH}{15} = \frac{10 \cdot \sin(70^\circ)}{15}$, dus $\beta \approx 38,8^\circ$

$HB^2 = 15^2 - CH^2$ geeft: $HB \approx 11,69$

$AH = 10 \cdot \cos(70^\circ) \approx 3,42$ en

$AB = AH + HB \approx 15,1$

27 a $\tan(2\frac{1}{2}^\circ) = \frac{h}{x}$, dus $h = x \cdot \tan(2\frac{1}{2}^\circ)$

b $h = (200 + x) \cdot \tan(2^\circ)$

c $x \cdot \tan(2\frac{1}{2}^\circ) = 200 \cdot \tan(2^\circ) + x \cdot \tan(2^\circ)$, dus $0,043... \cdot x = 0,034... \cdot x + 6,98...$

$x = \frac{6,98...}{0,043-0,034} = 799,086... \text{ m}$

$h = 799,086 \cdot \tan(2\frac{1}{2}^\circ) \approx 34,9 \text{ m}$

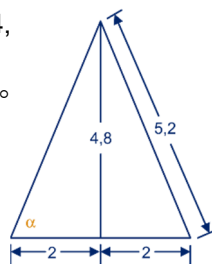
29 a Zie plaatje: $\tan(\alpha) = \frac{4,8}{2} = 2,4$,

dus $\alpha \approx 67,4^\circ$.

Er zijn twee hoeken van $67,4^\circ$ en één van

$180^\circ - 2 \cdot 67,4^\circ = 45,2^\circ$.

Dus: 67, 67 en 45 graden.

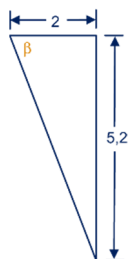


b Zie plaatje: $\tan(\beta) = \frac{5,2}{2} = 2,6$,

dus $\beta \approx 69^\circ$.

Die hoeken zijn dus

69, 21 en 90 graden.



c Zie plaatje.

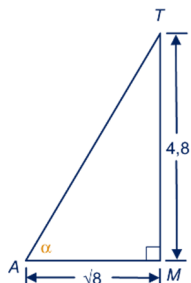
A is een hoekpunt van het vierkante grondvlak.

M is het midden van het grondvlak en T het punt

midden boven.

Dan $\tan(\alpha) = \frac{4,8}{\sqrt{8}}$,

dus $\alpha \approx 59^\circ$.



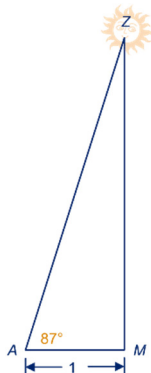
24.6 EXTRA OPGAVEN

1 a $90^\circ - 82,8^\circ = 7,2^\circ$

b $7,2 : 360 = 0,02$

2 a Zie plaatje.

$AZ = \frac{1}{\cos(87^\circ)} \approx 19,1$



b Zie plaatje.

$\cos(\alpha) = \frac{384}{149,600}$,

dus $\alpha \approx 89,85^\circ$

c $\frac{1}{\cos(89,85^\circ)} : 1 = 382 : 1$

$\frac{1}{\cos(89,86^\circ)} : 1 = 409 : 1$

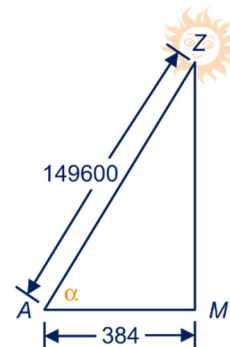
d $\cos(89,05^\circ) = \frac{OB}{OM}$, dus

$OM = \frac{1}{\cos(89,05^\circ)} \approx 60$

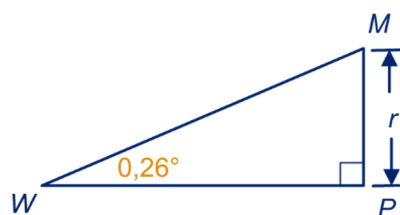
vanaf het middelpunt, (of 59 vanaf de rand).

e Straal aarde is $\frac{40,076,6}{2\pi} \approx 6378 \text{ km}$.

Afstand is $59 \cdot 6378 \approx 376.000 \text{ km}$ (vanaf de rand).



3 a



$\tan(0,26^\circ) = \frac{r}{WP}$, dus $r = WP \cdot \tan(0,26^\circ) \approx 1700 \text{ km}$

$\sin(0,26^\circ) = \frac{r}{WM}$, dus $r = WM \cdot \sin(0,26^\circ) \approx 1700 \text{ km}$

b $\tan(0,26^\circ) = \frac{r}{WM}$, dus $r = WM \cdot \tan(0,26^\circ) \approx 1700 \text{ km}$

c $\frac{\text{afstand aarde - zon}}{\text{afstand aarde - maan}} = 390$, dus

Straal zon is $390 \cdot 1700 \approx 663.000 \text{ km}$.

4 a $\text{lengte}^2 = 25^2 + 6^2 = 661$, dus $\text{lengte} \approx 25,7$

b $\tan(\alpha) = \frac{25}{6}$, dus $\alpha \approx 77^\circ$.

5 $\tan(\angle PAB) = \frac{5}{7}$, dus $\angle PAB \approx 36^\circ$ en

$\angle PBA = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$.

6 De stijging op het eerste stuk is x meter en

op het tweede y meter. Dan:

$x = 800 \cdot \sin(6^\circ)$ en $y = 1200 \cdot \sin(13^\circ)$,

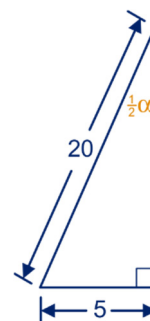
$x + y \approx 354 \text{ meter stijging}$.

7 Zie plaatje.

$\sin(\frac{1}{2}\alpha) = \frac{5}{20}$,

$\frac{1}{2}\alpha = 14,477...^\circ$,

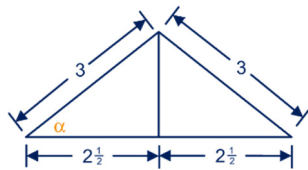
dus $\alpha \approx 29^\circ$.



- 8 $\tan(\angle BFC) = 1 \frac{1}{3}$, dus $\angle BFC \approx 53^\circ$
 $BD^2 = 8^2 + 4^2 = 80$, $BD = \sqrt{80}$
 $\tan(\angle BED) = \frac{\sqrt{80}}{3}$, dus $\angle BED \approx 71^\circ$.
 $FB^2 = 3^2 + 4^2 = 25$
 $EB^2 = 8^2 + 4^2 + 3^2 = 89$
 $\tan(\angle FBE) = \frac{8}{5}$, dus $\angle FBE \approx 58^\circ$.

- 9 De gevraagde hoek noemen we α . Een diagonaal in het grondvlak is $\sqrt{8^2 + 6^2} = 10$, dus $\tan(\alpha) = \frac{10}{5} = 2$ en $\alpha \approx 63,4^\circ$.

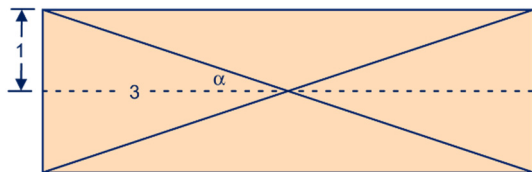
- 10 Zie plaatje.
 $\cos(\alpha) = \frac{2 \frac{1}{2}}{3}$, dus
 $\alpha \approx 33,6^\circ$.



Er zijn dus twee hoeken van $33,6^\circ$ en één hoek van $180^\circ - 2 \cdot 33,6^\circ = 112,9^\circ$.
 De hoeken zijn 34, 34 en 113 graden.

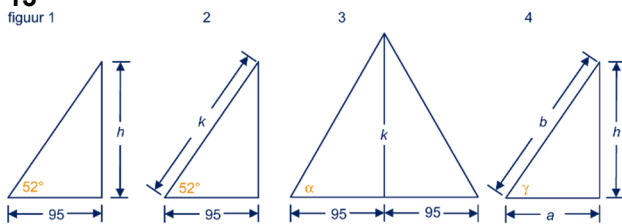
- 11 De diagonaal van het grote vierkant is $\sqrt{72}$.
 De diagonaal van het kleine vierkant is $\sqrt{72} - 6$, de zijde is $(\sqrt{72} - 6) \cdot \cos(45^\circ) \approx 1,76$.

- 12 Zie plaatje.



$\tan(\alpha) = \frac{1}{3}$, dus $\alpha \approx 18,4^\circ$, dus de gevraagde hoek is ongeveer 37° .

- 13
 figuur 1



- a Zie figuur 1: $h = 95 \cdot \tan(52^\circ) \approx 121,6$ meter
 b Zie figuur 2: $k = \frac{95}{\cos(52^\circ)} \approx 154,3$ meter
 c Zie figuur 3: $\tan(\alpha) = \frac{k}{95} \approx 1,624\dots$, $\alpha \approx 58,4^\circ$
 $\beta = 180^\circ - 2 \cdot 58,4^\circ = 63,2^\circ$
 d Zie figuur 4:
 De halve diagonaal van het grondvlak noemen we a .
 $a^2 = 95^2 + 95^2 = 18.050$, dus $a \approx 134,35$ m.

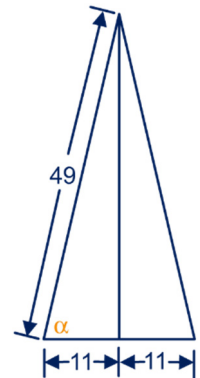
De opstaande ribbe noemen we b .

$$b = \sqrt{121,6^2 + 134,35^2} \approx 181 \text{ m}$$

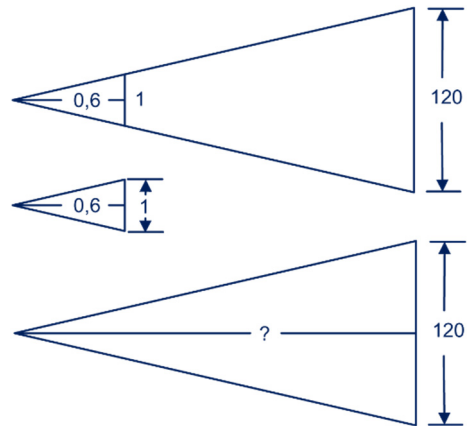
- e Die hoek noemen we γ , dan $\tan(\gamma) = \frac{121,6}{134,35}$
 en $\gamma \approx 42^\circ$.

- 14 a $\cos(\alpha) = \frac{11}{49}$, dus $\alpha \approx 77^\circ$

- b hoogte² = $49^2 - 11^2$,
 dus hoogte $\approx 47,7$ cm,
 dus 477 mm.

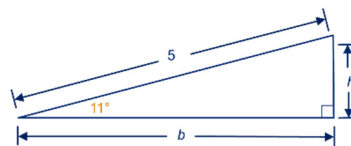


- 15



Zie schets: vergrotingsfactor kleine naar grote driehoek is 120.
 Dus $? = 0,6 \cdot 120 = 72$ m.

- 16 a



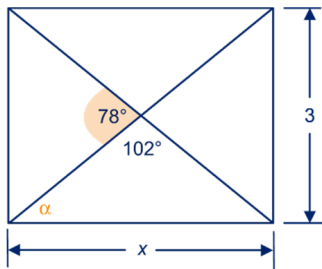
$$\sin(11^\circ) = \frac{h}{5} \text{ geeft: } h = 5 \cdot \sin(11^\circ) \approx 0,954 \text{ m.}$$

- b $b = 5 \cdot \cos(11^\circ) \approx 4,9$

Een optrede is $\frac{0,954}{5} \approx 0,19$ m, dus 19 cm.

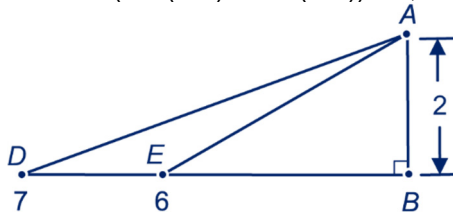
Een aantrede is ongeveer $\frac{4,9}{5}$ m, dus 98 cm.

- 17 Zie plaatje: $\alpha = \frac{1}{2}(180^\circ - 102^\circ) = 39^\circ$
 $\tan(39^\circ) = \frac{3}{x}$, dus $x = \frac{3}{\tan(39^\circ)} \approx 3,7$.

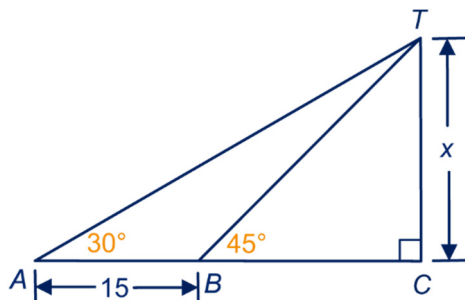


- 18 $\tan(62,71^\circ) = \frac{PQ}{108,73}$ geeft:
 $PQ \approx 210,751$ m, dus 21.075 cm.

- 19 $\tan(70^\circ) = \frac{DB}{2}$, dus $DB = 2 \cdot \tan(70^\circ)$
 $EB = 2 \cdot \tan(60^\circ)$
 $DE = 2 \cdot (\tan(70^\circ) - \tan(60^\circ)) \approx 2,03$



20



- a Zie plaatje: $BC = x$, want driehoek BCT is gelijkbenig.

$$\tan(30^\circ) = \frac{x}{x+15}, \text{ dus}$$

$$x+15 = \frac{x}{\tan(30^\circ)} = 1,73x$$

- b $x+15 = 1,73x$

$$15 = 0,73x$$

$$x = \frac{15}{0,73} \approx 20,5 \text{ m}$$

- 21 $\tan(75^\circ) = \frac{KD}{36,75}$
 $KD = 36,75 \cdot \tan(75^\circ) \approx 137,15$ m
 Dus ongeveer 137 meter.

